

問題 28-75 コブ=ダグラス型効用関数と代替の弾力性

財1と財2の2財を消費する、ある消費者の効用関数が、
 $U = X_1^\alpha X_2^{1-\alpha}$ (X_1 :財1の消費量、 X_2 :財2の消費量)
で与えられています。また、2財の価格はそれぞれ P_1 、 P_2 、所得を w とします。
この消費者が効用を最大化するとき、(1) 各財の支出の比率： $\frac{P_1 X_1}{P_2 X_2}$ 、及び(2) 2財の代替の弾力性： $-\frac{d(X_1/X_2)}{d(P_1/P_2)} \cdot \frac{P_1/P_2}{X_1/X_2}$ の組み合わせとして妥当なものはどれですか。

- | | (1) | (2) |
|----|---------------------------|------------|
| 1. | $\frac{\alpha}{1-\alpha}$ | α |
| 2. | $\frac{\alpha}{1-\alpha}$ | 1 |
| 3. | 1 | $1-\alpha$ |
| 4. | $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ | α |
| 5. | $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ | 1 |

(国家総合職 改題)

解き方を知っているかどうか問われる典型的な問題です。わざわざ問題文に式が用意されているので、解き方を知らない人は式を使って求めることが可能ですが、それはかなりの作業と時間を要することになるでしょう。

しかし、コブ=ダグラス型効用関数の性質を知り、解き方を知っている人は瞬殺で終わります。

(1) **支出の比率**というのは「**肩の数字**」の比率なので、

$$\frac{P_1 X_1}{P_2 X_2} = \frac{\text{財1の支出額}}{\text{財2の支出額}}、\text{比率自体は肩の数字 } \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

(2) コブ=ダグラス型関数の**代替の弾力性は1**になります。(1にならない場合もありますが、そういうケースは公務員試験には出題されないと思われます。)これは、需要の価格弾力性が1になるのと同様に覚えておきましょう。以上より、正解は2