

Unit 02

計算編

利潤最大の生産量

利潤最大の生産量は、**限界費用＝限界収入**として求められます。まず、限界収入は価格と等しくなることから計算する必要はありません。しかし、限界費用は総費用から微分する計算を行うことになります。

考え方

微分のルール

Unit 06 では、もう 1 個多く作るのにかかる費用として「限界費用」を紹介してきましたが、それを求める「**微分**」の計算は少し特殊なルールがあり、覚えて練習しておく必要があります。

POINT

X^n を微分する場合、次のような計算ルールに従います。

$$X^n = \overset{\text{かけ算}}{\circlearrowleft} X^n \quad \leftarrow \text{①肩の数字を前の数字にかけ算します。}$$
$$X^n = n X^{n-1} \quad \leftarrow \text{②肩の数字から 1 をひき算します。}$$

数式だけ見ると単純作業だとわかります。いくつか練習をして、身に付けましょう。

なるほど、簡単にできそうな感じですよ！



Aさん

問題 - 1

$12X^3$ を微分しましょう。

$$12X^3 \rightarrow 12 \times 3 \times X^{3-1} = 36X^2$$

①肩の数字が3なので、3を前の数字12にかけ算します。

②肩の数字3から1をひき算します。

答えは、 $36X^2$ になります。

問題－2

$2X^2$ を微分しましょう。

$$2X^2 \rightarrow 2 \times 2 \times X^{2-1} = 4X$$

- ①肩の数字が2なので、2を前の数字2にかけ算します。
- ②肩の数字2から1をひき算します。肩の数字1は省略します。

答えは、 $4X$ になります。

問題－3

$8X$ を微分しましょう。

$$8X \rightarrow 8 \times 1 \times X^{1-1} = 8 \times 1 = 8$$

- ① $8X$ は肩の数字1が省略されています。肩の数字1を前の数字8にかけ算します。
- ②肩の数字1から1をひき算します。肩の数字0になりますが、 $X^0=1$ になることから、 $8 \times 1 = 8$ になります。

答えは、8 になります。

問題－4

3 を微分しましょう。

$$3X^0 \rightarrow 3 \times 0 \times X^{0-1} = 0$$

- ①3は肩の数字がないので、無理矢理に肩の数字を作ります。 $X^0=1$ なので、 $3=3X^0$ ということにしましょう。肩の数字0を前の数字3にかけ算します。ゼロに何をかけ算しても0になります。

答えは、0 になります。

高校時代にやったような気が…
思い出したような…



もう解説なし
でも大丈夫。



Aさん

問題-5

$2X^3 - 3X^2 + 6X + 11$ を微分しましょう。

答え $6X^2 - 6X + 6$

確認問題

競争市場において、おにぎりを生産する企業の総費用が次のように示され、おにぎりの価格が100円である場合、利潤が最大になる生産量はいくつになりますか。

$$\text{総費用} = Y^3 - 9Y^2 + 52Y$$

1. 2 2. 4 3. 6 4. 8

(地方上級 改題)

利潤最大の生産量は、限界費用=限界収入の方程式を作ることになります。限界収入=価格は100円としてすでに与えられていますが、限界費用は総費用を微分して求めることになります。

手順-1

総費用から限界費用を求めます。以下のような微分の作業を行っていきます。

$$\text{総費用} = Y^3 - 9Y^2 + 52Y$$



微分する

$$\begin{aligned} \text{限界費用} &= 1 \times 3 \times Y^{3-2} - 9 \times 2 \times Y^{2-1} + 52 \times 1 \times Y^{1-1} \\ &= 3Y^2 - 18Y + 52 \end{aligned}$$

手順-2

利潤最大の生産量は、限界費用=限界収入（価格）になることから、方程式を作ります。

$$3Y^2 - 18Y + 52 = 100 \quad \leftarrow \text{限界費用} = \text{限界収入とします}$$

$$3Y^2 - 18Y + 48 = 0 \quad \leftarrow \text{右辺を0にします}$$

$$Y^2 - 6Y + 16 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺を3で割り算して整理}$$

$$(Y + 2)(Y - 8) = 0 \quad \leftarrow \text{2次方程式を解きます}$$

$$Y = -2, 8$$

↓
正解

手順-3

生産量がマイナスになることはないので-2は不可。
したがって、8個が利潤最大の生産量になります。